

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Пояснительная записка

Статус документа

Примерная программа по математике составлена на основе федерального компонента государственного стандарта основного общего образования.

Примерная программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и даёт примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Примерная программа выполняет две основные функции.

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Примерная программа является ориентиром для составления авторских учебных программ и учебников. Она определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса, за пределами которого остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей содержания образования. При этом авторы учебных программ и учебников могут предложить собственный подход в части структурирования учебного материала, определения последовательности изучения этого материала, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития и социализации учащихся. Тем самым примерная программа содействует сохранению единого образовательного пространства, не сковывая творческой инициативы учителей и авторов учебников, предоставляет широкие возможности для реализации различных подходов к построению учебного курса.

Структура документа

Примерная программа включает три раздела: *пояснительную записку*; *основное содержание* с примерным распределением учебных часов по разделам курса; *требования* к уровню подготовки выпускников.

Общая характеристика учебного предмета

Математическое образование в основной школе складывается из следующих содержательных компонентов (точные названия блоков): **арифметика; алгебра; геометрия; элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики.** В своей совокупности они отражают богатый опыт обучения математике в нашей стране, учитывают современные тенденции отечественной и зарубежной школы и позволяют реализовать поставленные перед школьным образованием цели на информационно-ёмком и практически значимом материале. Эти содержательные компоненты, развиваясь на протяжении всех лет обучения, естественным образом переплетаются и взаимодействуют в учебных курсах.

Арифметика призвана способствовать приобретению практических навыков, не обходимых для повседневной жизни. Она служит базой для всего дальнейшего изучения математики, способствует логическому развитию и формированию умения пользоваться алгоритмами.

Алгебра нацелена на формирование математического аппарата для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности. Язык алгебры подчёркивает значение математики как языка для построения математических моделей, процессов и явлений реального мира. Одной из основных задач изучения алгебры является развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики; овладение навыками дедуктивных рассуждений. Преобразование символических форм вносит свой специфический вклад в развитие воображения, способностей к математическому творчеству. Другой важной задачей изучения алгебры является получение школьниками конкретных знаний о функциях как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов (равномерных, равноускоренных, экспоненциальных, периодических и др.), для формирования у учащихся представлений о роли математики в развитии цивилизации и культуры.

Геометрия — один из важнейших компонентов математического образования, необходимая для приобретения конкретных знаний о пространстве и практически значимых умений, формирования языка описания объектов окружающего мира, для развития пространственного воображения и интуиции, математической культуры, для эстетического воспитания учащихся. Изучение геометрии вносит вклад в развитие логического мышления, в формирование понятия доказательства.

Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей становятся обязательным компонентом школьного образования, усиливающим его прикладное и практическое значение. Этот материал необходим, прежде всего, для формирования функциональной грамотности — умений воспринимать и анализировать информацию, представленную в различных формах, понимать вероятностный характер многих реальных зависимостей, производить простейшие вероятностные расчёты. Изучение основ комбинаторики позволит учащемуся осуществлять рассмотрение случаев, перебор и подсчет числа вариантов, в том числе в простейших прикладных задачах.

При изучении статистики и теории вероятностей обогащаются представления о современной картине мира и методах его исследования, формируется понимание роли статистики как источника социально значимой информации и закладываются основы вероятностного мышления.

Таким образом, в ходе освоения содержания курса учащиеся получают возможность:

развить представления о числе и роли вычислений в человеческой практике; сформировать практические навыки выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений, развить вычислительную культуру;

овладеть символическим языком алгебры, выработать формально-оперативные алгебраические умения и научиться применять их к решению математических и нематематических задач;

изучить свойства и графики элементарных функций, научиться использовать функционально-графические представления для описания и анализа реальных зависимостей;

развить пространственные представления и изобразительные умения, освоить основные факты и методы планиметрии, познакомиться с простейшими пространственными телами и их свойствами;

получить представления о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, об особенностях выводов и прогнозов, носящих вероятностный характер;

развить логическое мышление и речь — умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры, использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

сформировать представления об изучаемых понятиях и методах как важнейших средствах математического моделирования реальных процессов и явлений.

Цели

Изучение математики на ступени основного общего образования направлено на достижение следующих целей:

овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования;

- **интеллектуальное развитие**, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, интуиции, логического мышления, элементов алгоритмической культуры, пространственных представлений, способности к преодолению трудностей;
- **формирование представлений** об идеях и методах математики как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов;
- **воспитание** культуры личности, отношения к математике как к части общечеловеческой культуры, играющей особую роль в общественном развитии.

Место предмета в Федеральном базисном учебном плане
Согласно Федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации на изучение математики на ступени основного общего образования отводится не менее 875 ч из расчёта 5 ч в неделю с V по IX класс.

Примерная программа рассчитана на 875 учебных часов. При этом в ней предусмотрен резерв свободного учебного времени в объёме 90 учебных часов для реализации авторских подходов, использования разнообразных форм организации учебного процесса, внедрения современных методов обучения и педагогических технологий.

Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе преподавания математики в основной школе, работы над формированием у учащихся перечисленных в программе знаний и умений, следует обращать внимание на то, чтобы они овладевали умениями *общеучебного характера*, разнообразными *способами деятельности*, приобрели опыт:

планирования и осуществления алгоритмической деятельности, выполнения заданных и конструирования новых алгоритмов;
решения разнообразных классов задач из различных разделов курса, в том числе задач, требующих поиска пути и способов решения;

исследовательской деятельности, развития идей, проведения экспериментов, обобщения, постановки и формулирования новых задач;

ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства;

проведения доказательных рассуждений, аргументации, выдвижения гипотез и их обоснования;

поиска, систематизации, анализа и классификации информации, использования разнообразных информационных источников, включая учебную и справочную литературу, современные информационные технологии.

Результаты обучения

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все учащиеся, оканчивающие основную школу, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс основной школы. Эти требования структурированы по трём компонентам: *«знать/понимать»*, *«уметь»*, *«использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни»*. При этом последние два компонента представлены отдельно по каждому из разделов содержания.

Основное содержание (875 часов)

Арифметика (250 часов)

Натуральные числа. Десятичная система счисления. Римская нумерация. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем.

Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Дроби. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей.

Арифметические действия с десятичными дробями.

Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль. Модуль (абсолютная величина) числа. Сравнение рациональных чисел.

Арифметические действия с рациональными числами. Степень с целым показателем.

Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Законы арифметических действий: переместительный, сочетательный, распределительный.

Действительные числа. Квадратный корень из числа. Корень третьей степени. *Понятие о корне n -й степени из числа.* Нахождение приближенного значения корня с помощью калькулятора. Запись корней с помощью степени с дробным показателем.

Понятие об иррациональном числе. *Иррациональность числа.* Десятичные приближения иррациональных чисел.

Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел, *арифметические действия над ними.*

Этапы развития представлений о числе.

Текстовые задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом.

Измерения, приближения, оценки. Единицы измерения длины, площади, объема, массы, времени, скорости. Размеры объектов окружающего нас мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем нас мире.

Представление зависимости между величинами в виде формул.

Проценты. Нахождение процента от величины, величины по её проценту.

Отношение, выражение отношения в процентах. Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений. Выделение множителя — степени десяти в записи числа.

Алгебра (270 часов)

Алгебраические выражения. Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения. Подстановка выражений вместо переменных. Равенство буквенных выражений. Тождество, доказательство тождеств. Преобразования выражений.

Свойства степеней с целым показателем. Многочлены. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращённого умножения: квадрат суммы и квадрат разности, *куб суммы и куб разности.* Формула разности квадратов, *формула суммы кубов и разности кубов.* Разложение многочлена на множители. Квадратный трёхчлен. *Выделение полного квадрата в квадратном трёхчлене.* Теорема Виета. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители. Многочлены с одной переменной. Степень многочлена. Корень многочлена.

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями и.

Рациональные выражения и их преобразования. Свойства квадратных корней и их применение в вычислениях.

Уравнения и неравенства. Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение: формула корней квадратного уравнения. Решение рациональных уравнений. Примеры решения уравнений высших степеней; методы замены переменной, разложения на множители.

Уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными. Система уравнений; решение системы. Система двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и алгебраическим сложением. Уравнение с несколькими переменными. Примеры решения нелинейных систем. Примеры решения уравнений в целых числах.

Неравенство с одной переменной. Решение неравенства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Квадратные неравенства. *Примеры решения дробно-линейных неравенств.*

Числовые неравенства и их свойства. *Доказательство числовых и алгебраических неравенств.*

Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической. Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Числовые последовательности. Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых нескольких членов арифметической и геометрической прогрессий.

Сложные проценты.

Числовые функции. Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции. График функции, возрастание и убывание функции, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства. Чтение графиков функций.

Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональную зависимости, их графики. Линейная функция, её график, геометрический смысл коэффициентов. Гипербола. Квадратичная функция, её график, парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии. *Степенные функции с натуральным показателем, их графики.* Графики функций:

корень квадратный, корень кубический, модуль. Использование графиков функций для решения уравнений и систем.

Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы: колебание, показательный рост; *числовые функции, описывающие эти процессы.*

Параллельный перенос графиков вдоль осей координат и *симметрия относительно осей.*

Координаты³. Изображение чисел точками координатной прямой. Геометрический смысл модуля числа. Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч. *Формула расстояния между точками координатной прямой.*

Декартовы координаты на плоскости; координаты точки. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых. Уравнение окружности с центром в начале координат *и в любой заданной точке.*

Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и их систем, неравенств с двумя переменными и их систем.

Геометрия (220 часов)

Начальные понятия и теоремы геометрии.

Возникновение геометрии из практики.

Геометрические фигуры и тела. Равенство в геометрии.

Точка, прямая и плоскость.

Понятие о геометрическом месте точек.

Расстояние. Отрезок, луч. Ломаная.

Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и её свойства.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой.

Многоугольники.

Окружность и круг.

Наглядные представления о пространственных телах: кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде, шаре, сфере, конусе, цилиндре.

Примеры сечений. Примеры развёрток.

Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников. Неравенство треугольника. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников; коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180° ; приведение к острому углу. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Теорема косинусов и теорема синусов; примеры их применения для вычисления элементов треугольника.

Замечательные точки треугольника: точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан. *Окружность Эйлера.*

Четырёхугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Многоугольники. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, *двух окружностей.* Касательная и секущая к окружности, равенство касательных, проведенных из одной точки. *Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд.*

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Вписанные и описанные четырёхугольники. *Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.*

Измерение геометрических величин. Длина отрезка, Длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число; длина дуги. Величина угла. Градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

Понятие о площади плоских фигур. Равнооставленные и равновеликие фигуры.

Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: *через две стороны и угол между ними, через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона. Площадь четырёхугольника.*

Площадь круга и площадь сектора.

Связь между площадями подобных фигур.

Объём тела. Формулы объёма прямоугольного параллелепипеда, куба, шара, цилиндра и конуса.

Векторы.

Вектор. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

Геометрические преобразования.

Примеры движений фигур. Симметрия фигур. Осевая симметрия и параллельный перенос. Поворот и центральная симметрия. Понятие о гомотетии. Подобие фигур.

Построения с помощью циркуля и линейки.

Основные задачи на построение: деление отрезка пополам, построение треугольника по трём сторонам, построение перпендикуляра к прямой, построение биссектрисы, деление отрезка на n равных частей.

Правильные многогранники.

Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей (45 часов)

Доказательство. Определение, доказательства, аксиомы и теоремы; следствия. *Необходимые и достаточные условия.* Контрпример. Доказательство от противного. Прямая и обратная теоремы.

Понятие об аксиоматике и аксиоматическом построении геометрии. Пятый постулат Эвклида и его история.

Множества и комбинаторика. *Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств. Диаграмма Эйлера.*

Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило умножения.

Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результатов измерений. Понятие о статистическом выводе на основе выборки.

Понятие и примеры случайных событий.

Вероятность. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

Резерв свободного учебного времени — 90 часов.

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения математики ученик должен знать/понимать

- существо понятия математического доказательства; приводить примеры доказательств;
- существо понятия алгоритма; приводить примеры алгоритмов;
- как используются математические формулы, уравнения и неравенства; примеры их применения для решения математических и практических задач;
- как математически определённые функции могут описывать реальные зависимости; приводить примеры такого описания;

- как потребности практики привели математическую науку к необходимости расширения понятия числа;
- вероятностный характер многих закономерностей окружающего мира; примеры статистических закономерностей и выводов;
- каким образом геометрия возникла из практических задач землемерия; примеры геометрических объектов и утверждений о них, важных для практики;
- смысл идеализации, позволяющей решать задачи реальной действительности математическими методами, примеры ошибок, возникающих при идеализации.

Арифметика уметь

- выполнять устно арифметические действия: сложение и вычитание двузначных чисел и десятичных дробей с двумя знаками, умножение однозначных чисел, арифметические операции с обыкновенными дробями с однозначным знаменателем и числителем;
- переходить от одной формы записи чисел к другой, представлять десятичную дробь в виде обыкновенной и в простейших случаях обыкновенную в виде десятичной, проценты — в виде дроби и дробь — в виде процентов; записывать большие и малые числа с использованием целых степеней десятки;
- выполнять арифметические действия с рациональными числами, сравнивать рациональные и действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; находить значения числовых выражений;
- округлять целые числа и десятичные дроби, находить приближения чисел с недостатком и с избытком, выполнять оценку числовых выражений;
- пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие, и наоборот;
- решать текстовые задачи, включая задачи, связанные с отношением и с пропорциональностью величин, дробями и процентами;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения несложных практических расчётных задач, в том числе с использованием при необходимости справочных материалов, калькулятора, компьютера;
- устной прикидки и оценки результата вычислений; проверки результата вычисления, с использованием различных приёмов;
- интерпретации результатов решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых процессов и явлений.

Алгебра уметь

- составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач; осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнить соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое; выражать из формул одну переменную через остальные;
- выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и с алгебраическими дробями; выполнять разложение многочленов на множители; выполнять тождественные преобразования рациональных выражений;
- применять свойства арифметических квадратных корней для вычисления значений и преобразований числовых выражений, содержащих квадратные корни;
- решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы;
- решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы;
- решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений, исходя из формулировки задачи;
- изображать числа точками на координатной прямой;
- определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами; изображать множество решений линейного неравенства;

- распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов;
- находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком по её аргументу; находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;
- определять свойства функции по её графику; применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств;
- описывать свойства изученных функций, строить их графики;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- выполнения расчётов по формулам, для составления формул, выражающих зависимости между реальными величинами; для нахождения нужной формулы в справочных материалах;
- моделирования практических ситуаций и исследования построенных моделей с использованием аппарата алгебры;
- описания зависимостей между физическими величинами соответствующими формулами, при исследовании несложных практических ситуаций;
- интерпретации графиков реальных зависимостей между величинами.

Геометрия уметь

- пользоваться геометрическим языком для описания предметов окружающего мира;
 - распознавать геометрические фигуры, различать их взаимное расположение;
 - изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задач; осуществлять преобразования фигур;
 - распознавать на чертежах, моделях и в окружающей обстановке основные пространственные тела, изображать их;
 - в простейших случаях строить сечения и развёртки пространственных тел;
 - проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами;
 - вычислять значения геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); в том числе: для углов от 0 до 180° определять значения тригонометрических функций по заданным значениям углов; находить значения тригонометрических функций по значению одной из них, находить стороны, углы и площади треугольников, длины ломаных, дуг окружности, площадей основных геометрических фигур и фигур, составленных из них;
 - решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства фигур и отношений между ними, применяя дополнительные построения, алгебраический и тригонометрический аппарат, соображения симметрии;
 - проводить доказательные рассуждения при решении задач, используя известные теоремы, обнаруживая возможности для их использования;
 - решать простейшие планиметрические задачи в пространстве;
- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- описания реальных ситуаций на языке геометрии;
 - расчётов, включающих простейшие тригонометрические формулы;
 - решения геометрических задач с использованием тригонометрии;

- решения практических задач, связанных с нахождением геометрических величин {используя при необходимости справочники и технические средства};
- построений геометрическими инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир).

Элементы логики, комбинаторики, статистики и теории вероятностей уметь

- проводить несложные доказательства, получать простейшие следствия из известных или ранее полученных утверждений, оценивать логическую правильность рассуждений, использовать примеры для иллюстрации и контрпримеры для опровержения утверждений;
- извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках; составлять таблицы, строить диаграммы и графики;
- решать комбинаторные задачи путём систематического перебора возможных вариантов и с использованием правила умножения;
- вычислять средние значения результатов измерений;
- находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные;
- находить вероятности случайных событий в простейших случаях;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- выступления аргументации при доказательстве и в диалоге;
- распознавания логически некорректных рассуждений;
- записи математических утверждений, доказательств;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, таблиц;
- решения практических задач в повседневной и профессиональной деятельности с использованием действий с числами, процентов, длин, площадей, объёмов, времени, скорости;
- решения учебных и практических задач, требующих систематического перебора вариантов;
- сравнения шансов наступления случайных событий, дан оценки вероятности случайного события в практических ситуациях, сопоставления модели с реальной ситуацией;
- понимания статистических утверждений.

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА СРЕДНЕГО (ПОЛНОГО) ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ Базовый уровень

Пояснительная записка

Статус документа

Примерная программа по математике составлена на основе федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Примерная программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и даёт примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Примерная программа выполняет две основные функции:

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Примерная программа является ориентиром для составления авторских учебных программ и учебников. Она определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса, за пределами которого остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей содержания образования. При этом авторы учебных программ и учебников могут предложить собственный подход в части структурирования учебного материала, определения последовательности изучения этого материала, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития и социализации учащихся. Тем самым примерная программа содействует сохранению единого образовательного пространства, не сковывая творческой инициативы учителей и авторов учебников и предоставляя широкие возможности для реализации различных подходов к построению учебного курса.

Структура документа

Примерная программа включает три раздела: **пояснительную записку; основное содержание** с примерным распределением учебных часов по разделам курса; **требования** к уровню подготовки выпускников.

Общая характеристика учебного предмета

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают и получают развитие

содержательные линии: «Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики», вводится линия «Начала математического анализа». В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;

изучение свойств пространственных тел, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;

развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путём обогащения математического языка, развития логического мышления;

знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

Цели

Изучение математики в старшей школе на базовом уровне направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений о математике, как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для по-

лучения образования в областях, не требующих углублённой математической подготовки;

- воспитание средствами математики культуры личности; отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Место предмета в базисном учебном плане

Согласно Федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации для обязательного изучения математики на этапе основного общего образования отводится не менее 280 часов из расчёта 4 часа в неделю. При этом предполагается построение курса в форме последовательности тематических блоков с чередованием материала по алгебре, анализу, дискретной математике, геометрии.

Примерная программа рассчитана на 280 учебных часов. При этом в ней предусмотрен резерв свободного учебного времени в объёме 30 учебных часов для реализации авторских подходов, использования разнообразных форм организации учебного процесса, внедрения современных методов обучения и педагогических технологий.

Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчётов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования её в личный опыт;

проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

Результаты обучения

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все учащиеся, оканчивающие основную школу, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс основной школы. Эти требования структурированы по трём компонентам: «*знать/понимать*», «*уметь*», «*использовать*

приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». При этом последние два компонента представлены отдельно по каждому из разделов содержания.

Очерченные стандартом рамки содержания и требований ориентированы на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

(280 часов)

Алгебра (40 часов)

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. *Понятие о степени с действительным показателем.* Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. *Основное логарифмическое тождество.* Логарифм произведения, частного, степени; *переход к новому основанию.* Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. *Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведение в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.* Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Функции (30 часов)

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. *Область определения и область значений обратной функции.* График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Начала математического анализа

(20 часов)

Понятие о пределе последовательности.

Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.*

Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона — Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и её физический смысл.

Уравнения и неравенства (40 часов)

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность

уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (20 часов)

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочерёдный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.* Решение практических задач с применением вероятностных методов.

Геометрия (100 часов) Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. *Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.*

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. *Расстояние между скрещивающимися прямыми.*

Параллельное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника.* Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, рёбра, грани многогранника. *Развёртка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность. *Прямая и наклонная призма.* Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, её основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. *Усечённая пирамида.*

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. *Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в окружающем мире.*

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. *Усечённый конус.* Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. *Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения, *касательная плоскость к сфере.*

Объёмы тел и площади их поверхностей. *Понятие об объёме тела. Отношение объёмов подобных тел.*

Формулы объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объёма пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объёма шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. *Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трём некопланарным векторам.

Резерв свободного учебного времени — 30 часов.

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен

знать/понимать¹

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, дня формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Алгебра уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчётов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свои ства функций* и их графиков;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

Начала математического анализа уметь

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики

² Требования, выделенные курсивом, не применяются при контроле уровня подготовки выпускников профильных классов гуманитарной направленности.

многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;

- вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождения скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- построения и исследования простейших математических моделей.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера.

Геометрия

уметь

- распознавать на чертежах и моделях простейшие формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, *аргументировать свои суждения об этом расположении*;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- *строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды*;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА

СРЕДНЕГО (ПОЛНОГО)

ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ПО МАТЕМАТИКЕ

Базовый уровень для профилей гуманитарной направленности

Пояснительная записка

Статус документа

Примерная программа по математике составлена на основе Федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования на базовом уровне, конкре-

тизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и даёт примерное распределение учебных часов по разделам курса.

Данный курс математики предназначен для учащихся, ближайшее будущее которых не будет связано с изучением математики в высшей школе. Он представляет собой модификацию содержания базового курса на «общекультурном» уровне.

«Общекультурная» составляющая курса усилена за счёт включения дополнительных историко-культурных и практических вопросов. В математической составляющей курса выделены важнейшие понятия, которые позволяют построить логическое завершение школьного курса математики. При этом значительная часть материала, который в обязательном минимуме содержания основных образовательных программ стандарта выделен курсивом, снят из основного содержания примерной программы. Кроме того, некоторые математические вопросы, обязательные для усвоения на базовом уровне и необходимые для создания целостного представления о предмете, но не находящие достаточного применения в других разделах данного курса, выделены в данной программе курсивом и даются в ознакомительном плане.

Требования, выделенные курсивом в стандарте, не предъявляются к выпускникам, обучающимся по программам для общекультурного уровня.

Примерная программа выполняет две основные функции:

Информационно-методическая функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

Организационно-планирующая функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его количественных и качественных характеристик на каждом из этапов, в том числе для содержательного наполнения промежуточной аттестации учащихся.

Примерная программа является ориентиром для составления авторских учебных программ и учебников. Она определяет инвариантную (обязательную) часть учебного курса, за пределами которого остаётся возможность авторского выбора вариативной составляющей содержания образования. При этом авторы учебных программ и учебников могут предложить собственный подход в части структурирования учебного материала, определения последовательности изучения этого материала, а также путей формирования системы знаний, умений и способов деятельности, развития и социализации учащихся. Тем самым примерная программа содействует сохранению единого образовательного пространства, не сковывая творческой инициативы учителей и авторов учебников, предоставляет широкие возможности для реализации различных подходов к построению учебного курса.

Структура документа

Примерная программа включает три раздела: пояснительную записку; основное содержание с примерным распределением учебных часов по разделам курса; требования к уровню подготовки выпускников.

Общая характеристика учебного предмета

В данном курсе представлены содержательные линии «Алгебра», «Функции», «Начала математического анализа», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики». В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;

изучение свойств пространственных тел, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;

развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путём обогащения математического языка, развития логического мышления;

знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

Цели

Изучение математики в старшей школе на базовом уровне направлено на достижение следующих целей:

- **формирование представлений** о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- **развитие** логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- **овладение математическими знаниями и умениями**, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественно-научных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углублённой математической подготовки;
- **воспитание** средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

Место предмета в базисном учебном плане

Согласно Федеральному базисному учебному плану для образовательных учреждений Российской Федерации для обязательного изучения математики на этапе основного общего образования отводится не менее 280 часов из расчёта 4 часа в неделю. При этом предполагается построение курса в форме последовательности тематических блоков с чередованием материала по алгебре, анализу, дискретной математике, геометрии.

Примерная программа рассчитана на 280 учебных часов. При этом в ней предусмотрен резерв свободного учебного времени в объёме 30 учеб-

ных часов для реализации авторских подходов, использования разнообразных форм организации учебного процесса, внедрения современных методов обучения и педагогических технологий.

Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчётов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования её в личный опыт;

проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений, аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

Результаты обучения

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все учащиеся, оканчивающие основную школу, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс основной школы. Эти требования структурированы по трём компонентам: **«знать/понимать»**, **«уметь»**, **«использовать приобретённые знания и умения в практической**

деятельности и повседневной жизни».

При этом последние два компонента представлены отдельно по каждому из разделов, содержания.

Очерченные стандартом рамки содержания и требований ориентированы на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

Основное содержание

(280 часов)

Алгебра (30 часов)

Происхождение натуральных чисел и арифметических действий над ними. Расширение понятия числа как необходимость создания математического аппарата для решения насущных и потенциальных задач практики человека.

История изобретения отрицательных и иррациональных чисел и десятичных дробей. Развитие и систематизация сведений о действительных числах.

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. *Понятие о степени с действительным показателем.*

Логарифм. Логарифм числа. *Основное логарифмическое тождество.* Логарифм произведения, частного, степени. Десятичный и натуральный логарифмы, число e . Вычисление десятичных и натуральных логарифмов на калькуляторе. *Применение логарифмов в реальной, практике.*

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и *операцию логарифмирования.*

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, *котангенс* произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. *Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений.*

Решение простейших тригонометрических уравнений.

Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Функции (35 часов)

Сложные процессы в природе и обществе и необходимость создания специального математического аппарата — дискретных и непрерывных моделей — для их количественного описания.

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация.

Понятие обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$ их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях: равномерные и равноускоренные процессы и их описание с помощью линейных и квадратичных функций; процессы экспоненциального роста. Геометрическая прогрессия как пример дискретного процесса быстрого роста. Легенда о создании шахмат, сложные проценты, примеры быстрого роста в живой и неживой природе. Периодические процессы и их описание с помощью тригонометрии.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.

Начала математического анализа (20 часов) *Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма.*

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. *Уравнение касательной к графику функции.* Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков на примере многочленов.

Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная, Формула Ньютона — Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. *Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и её физический смысл.*

Создание дифференциального и интегрального исчисления. Ньютон и Лейбниц.

Уравнения и неравенства (40 часов)

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. *Решение иррациональных уравнений.*

Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность

уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений.

Зарождение алгебры в недрах арифметики. Ал-Хорезми. Рождение буквенной символики. П. Ферма, Ф. Виет, Р Декарт. История вопроса о нахождении формул корней алгебраических уравнений, неразрешимость в радикалах уравнений степени, большей четырёх.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (25 часов)

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. *Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.*

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.* Решение практических задач с применением вероятностных методов.

От азартных игр к теории вероятностей. Ферма и Паскаль.

Геометрия (100 часов)

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. *Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.*

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. *Расстояние между скрещивающимися прямыми.*

Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, рёбра, грани многогранника. *Развёртка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. *Усечённая пирамида.*

Симметрии в кубе, в параллелепипеде. *Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрии в окружающем мире.*

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. *Усечённый конус.* Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. *Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения, *касательная плоскость к сфере.*

Объёмы тел и площади их поверхностей.

Формулы объёма куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объёма пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объёма шара и площади сферы.

От землемерия к геометрии. «Началах Евклида. Пифагор. Фалес. Знаменитые задачи древности; трисекция угла, квадратура круга, удвоение куба.

Аксиоматика. Аксиомы, определяемые и неопределяемые понятия. Теоремы. Аксиоматика в математике и в повседневной жизни. Евклидова геометрия и геометрия Лобачевского.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. *Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов, Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трём неколлинеарным векторам.*

Резерв свободного учебного времени — 30 часов.

Требования к уровню подготовки выпускников

В результате изучения математики на базовом уровне в старшей школе ученик должен

знать/понимать¹

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и в практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

Алгебра

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- практических расчётов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы,

логарифмы и тригонометрические функции, при необходимости используя справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

Функции и графики

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя их графики;

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков.

Начала математического анализа

уметь

- вычислять производные элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа.

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- решения прикладных, в том числе социально-экономических и физических, задач на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.

Уравнения и неравенства

уметь

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства;
- составлять уравнения по условию задачи;
- использовать для приближённого решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем.

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- построения и исследования простейших математических моделей.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;

¹ Помимо указанных в данном разделе знаний, в Требованиях к уровню подготовки включаются и знания, необходимые для применения перечисленных ниже умений.

- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчёта числа исходов.

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

Геометрия

уметь

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трёхмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объёмов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.